



研究与开发

信道预测联合收发分集的正交信号误码性能

李光球, 王思婷

(杭州电子科技大学, 浙江 杭州 310018)

摘要: 为解决采用最小均方误差 (MMSE) 信道预测的发射天线选择 (TASP) / 接收天线最大比合并 (MRC) 的无线通信系统设计问题, 利用抛物柱面函数以及高斯 Q 函数的近似表达式和矩生成函数 (MGF) 法, 分别推导了瑞利块衰落信道上采用 TASP/MRC 天线分集的相干检测 M 进制正交和双正交信号的平均误符号率 (ASER) 精确表达式以及正交信号 ASER 的近似表达式。数值计算和仿真结果验证了采用 TASP/MRC 和相干检测的正交/双正交 ASER 精确表达式的正确性以及正交信号 ASER 近似表达式的准确性。上述 M 进制正交/双正交信号 ASER 精确或近似表达式, 可用于设计采用相干检测 M 进制正交和双正交信号的 TASP/MRC 天线分集系统, 并能够快速确定收发天线数和信道预测器级数等参数, 避免耗时的计算机仿真。

关键词: 瑞利衰落信道; 正交信号; 双正交信号; 发射天线选择; 最大比合并; 误符号率; 信道预测

中图分类号: TN911

文献标识码: A

doi: 10.11959/j.issn.1000-0801.2017109

Performance analysis of orthogonal signals with TASP/MRC diversity

LI Guangqiu, WANG Siting

Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China

Abstract: In order to solve the design problem of predictive transmit antenna selection (TASP) / receive antenna maximum ratio combining (MRC) wireless communication system with the minimum mean square error (MMSE) channel prediction, exact and approximate closed-forms for the average symbol error rate (ASER) of M -ary orthogonal and biorthogonal signals with coherent detection and TASP/MRC over Rayleigh block fading channel were derived by using parabolic cylinder function, the approximate expression of Gaussian Q -function and moment generating function (MGF) based analysis approach respectively. Numerical and simulation results show that the theoretical analysis of the ASERs of orthogonal and biorthogonal signals is exact and the approximate closed-form for the ASER of orthogonal signals is accurate. The above exact or/and approximate closed-forms of ASER of orthogonal and biorthogonal signals with coherent detection and TASP/MRC can be used to determine the number of antennas of transmitter and receiver and the parameters of predictor quickly, instead of the time-consuming and inefficient computer simulation.

Key words: Rayleigh fading channel, orthogonal signal, biorthogonal signal, transmit antenna selection, maximal ratio combining, symbol error rate, channel prediction

收稿日期: 2016-11-28; 修回日期: 2017-04-10

基金项目: 浙江省自然科学基金资助项目 (No.LY12F01008)

Foundation Item: The Natural Science Foundation of Zhejiang Province of China (No.LY12F01008)



1 引言

正交信号和双正交信号在功率受限的超宽带通信、深空通信等领域中获得广泛应用,其在衰落信道上的误码性能分析受到广泛的关注^[1-4]。参考文献[1]和参考文献[2]分别推导瑞利和广义衰落信道上采用相干检测的 M 进制正交信号的 ASER (average symbol error rate, 平均误符号率) 精确表达式和近似闭合表达式。参考文献[3,4]研究了采用 MRC (maximum ratio combining, 最大比合并) 分集接收的 M 进制正交信号在衰落信道上的误码性能,并分别推导其在 Nakagami-Ricean (莱斯) 衰落信道上的 ASER 闭合表达式。进一步提高分集增益的一种低实现复杂度天线分集方案是采用 TAS (transmitantenna selection, 发射天线选择)/接收 MRC 天线分集。参考文献[5,6]分别研究了理想 CSI (channel-state information, 信道状态信息) 下在瑞利、Nakagami 衰落信道上采用 TAS/MRC 天线分集的 BPSK (binary frequency shift keying, 二进制相移键控) 和差分编码四相相移键控的误码性能。参考文献[7]研究了 Weibull (韦布尔) 衰落信道上 TAS/MRC 系统的误码性能,并推导其中断概率表达式和采用 M 进制数字调制信号的 ASER 表达式。参考文献[8]研究了指数相关瑞利衰落信道上多用户 TAS/MRC 系统的性能。然而,在实际应用中反馈到发射端的 CSI 会受到各种信道传输损伤的影响,其中信道时延会对发射天线的切换产生重大影响,依照过期的 CSI 进行发射天线切换会造成联合收发分集系统的性能恶化^[9-11]。参考文献[12]研究了理想 CSI 下采用 TAS/MRC 分集方案以及时延 CSI 下采用 TASP (TAS with feedback delay, 反馈时延天线选择)/MRC 分集方案的 ASER 性能,并推导了其精确表达式以及切尔诺夫界。参考文献[13]提出在单发单收天线系统中使用 PSAM (pilot-symbol-assisted modulation, 导频信号辅助调制) 技术^[14]和 MMSE

(minimum mean square error, 最小均方误差) 信道预测器来减轻反馈时延对自适应编码调制系统造成的性能恶化。参考文献[15]将基于 PSAM 的信道预测方案推广到多入多出自适应调制系统中。参考文献[16]提出采用多入多出 PSAM 技术和 MMSE 信道预测器的 TASP (predictive transmit antenna selection, 预测发射天线选择)/接收天线 MRC 分集方案,并推导了其在瑞利块衰落信道上采用 BPSK 调制的 ASER 表达式。下面研究瑞利块衰落信道上采用多入多出 PSAM 技术和 MMSE 信道预测器以及 TASP/MRC 天线分集的相干检测 M 进制正交/双正交信号的误码性能,并推导正交/双正交 ASER 的精确表达式和正交 ASER 的近似表达式,尚未见有相关报道。

2 系统模型

考虑图 1 所示瑞利平坦块衰落信道上采用 MMSE 信道预测器和 TASP/MRC 天线分集的相干检测进制正交/双正交信号调制的无线通信系统,假定:发射、接收天线数分别为 N_t 和 N_r ,从 N_t 根发射天线中选择一根使接收端 MRC 分集合并器输出信噪比最大的天线发送数据,该方案表示为 $(N_t, 1; N_r)$;发射天线按块(块长为 L_b)发射信号,其前 N_t 个符号为按正交设计的导频信号^[12],后 $(L_b - N_t)$ 个符号为等概率出现的平均符号能量为 E_s 的 M 进制正交/双正交信号,符号周期为 T_s ,如图 2 所示;采用参考文献[13]的信道模型,信道系数按块进行变化, $h_{ij}(\alpha)$ ($1 \leq i \leq N_t, 1 \leq j \leq N_r$) 表示第 α 个数据块第 i 根发射天线到第 j 根接收天线之间的信道增益,服从 $\mathcal{CN}(0, \sigma_h^2)$ 分布;采用 Jakes 信道模型^[17],即信道增益之间的相关系数为 $\rho_d = \mathbb{E}[h_{ij}(\alpha)h_{ij}^*(\alpha - \tau)] = \sigma_h^2 J_0(2\pi f_d \tau)$, $\mathbb{E}[\cdot]$ 表示求期望, $J_0(\cdot)$ 是第一类零阶 Bessel (贝塞尔) 函数,其中 f_d 为多普勒频移,反馈时延 $\tau = \mathcal{D}L_b T_s$, $\mathcal{D}$ 为时延块数,取值为正整数。

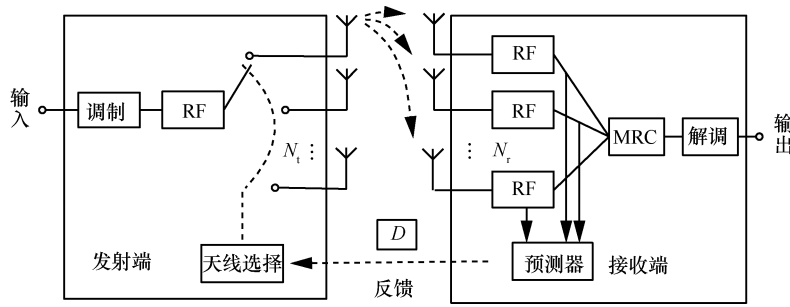


图1 采用 MMSE 预测器的 TASP/MRC 系统框

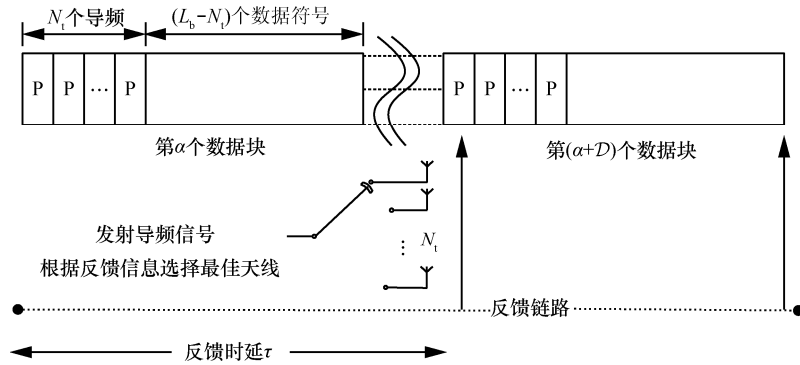


图2 TASP/MRC 系统传输帧结构

假定采用 N 阶 MMSE 维纳信道预测滤波器，利用 PSAM 技术完成对信道的估计和预测。由维纳—霍夫方程可得第 $(\alpha + D)$ 数据块的信道系数 $\hat{h}_{ij}(\alpha + D) = \mathbf{w}_{\text{opt}}^H \tilde{\mathbf{h}}_{ij}$ ，其中 $(\cdot)^H$ 为共轭转置， $\mathbf{w}_{\text{opt}} = [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{r}$ 是最佳加权复系数向量，其元素分别为 $[R]_{\varphi\vartheta} = \sigma_h^2 J_0(2\pi f_d |\varphi - \vartheta| L_b T_s) + \sigma_v^2 \delta(\varphi - \vartheta)$ ， $[r]_{\varphi} = \sigma_h^2 J_0(2\pi f_d |D + \varphi - 1| L_b T_s)$ ， $\varphi, \vartheta = 1, 2, \dots, N$ ； $\tilde{\mathbf{h}}_{ij} = [\tilde{h}_{ij}(\alpha), \tilde{h}_{ij}(\alpha - 1), \dots, \tilde{h}_{ij}(\alpha - (N - 1))]^T$ 为信道增益估计矩阵，其中 $\tilde{h}_{ij}(\alpha) = h_{ij}(\alpha) + v_{ij}(\alpha)$ ， $v_{ij}(\alpha)$ 为信道估计误差，服从 $\mathcal{CN}(0, \sigma_v^2)$ 分布， $\sigma_v^2 = N_0/E_p$ ， N_0 为 AWGN (additive white Gaussian noise, 加性高斯白噪声) 功率， E_p 是导频符号的功率。采用 MMSE 准则，真实信道系数可表示为^[13]：

$$h_{ij}(\alpha + D) = \hat{h}_{ij}(\alpha + D) + \sqrt{\sigma_h^2 - \rho_{hh}^2} n_{ij}(\alpha + D) \quad (1)$$

其中， $n_{ij}(\alpha + D)$ 为第 $(\alpha + D)$ 个数据块第 i 根发射天线到第 j 根接收天线上的零均值、单位方差的加性高斯白噪声， $\rho_{hh} = \sqrt{\mathbf{r}^H [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{r}}$ 为真实信道增益和预测信道增益之间的相关系数。

令 $\varepsilon = i(1 - \rho_p) + 1$ ，瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的接收合并器瞬时输出信噪比的 PDF (probability density function, 概率密度函数) 为^[13]：

$$f_{\gamma_{\max}}(\gamma) = \frac{N_t! \gamma^{N_r-1}}{(N_r-1)!} \sum_{i=0}^{N_t-1} \frac{(-1)^i}{i!(N_t-1-i)!} \exp\left(-\frac{(i+1)\gamma}{\varepsilon \bar{\gamma}}\right) \sum_{j=0}^{i(N_r-1)} \eta(i, j) \times j! \left[(1 - \rho_p) \bar{\gamma}\right]^j / \left[\varepsilon \bar{\gamma}\right]^{j+N_r} L_j^{(N_r-1)} \left(-\rho_p \gamma / \left[\varepsilon(1 - \rho_p) \bar{\gamma}\right]\right) \quad (2)$$

其中， $\rho_p = \hat{\rho}_{hh}^2 = \mathbf{r}^H [\mathbf{R}]^{-1} \mathbf{r}$ 为真实信道增益和预测信道增益之间的功率相关系数， $\eta(i, j)$ 的计算式如下：

$$\begin{aligned} \eta(i, 0) &= 1, \quad \eta(i, 1) = i \\ \eta(i, i(N_r - 1)) &= 1 / ((N_r - 1)!)^i \\ \eta(i, j) &= \left(\frac{1}{j}\right) \sum_{l=1}^{j_0} \frac{l(i+1) - j}{l!} \eta(i, j-l), \\ j_0 &= \min(j, N_r - 1), \quad 2 \leq j \leq i(N_r - 1) - 1 \end{aligned} \quad (3)$$

$$\text{令 } \lambda = \left(\left[i(1 - \rho_p) + 1\right] \bar{\gamma}\right) / (i+1), \quad L = N_r + k,$$



则有:

$$\sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) \stackrel{\Delta}{=} \frac{N_t!}{(N_r-1)!} \sum_{i=0}^{N_t-1} \frac{(-1)^i}{i!(N_t-1-i)!} \sum_{j=0}^{i(N_t-1)} \eta(i, j) j! \sum_{k=0}^j \binom{j+N_r-1}{j-k} \frac{(1-\rho_p)^{j-k} \rho_p^k}{k! \varepsilon^j} \frac{\Gamma(L)}{(i+1)^L} \quad (4)$$

利用拉盖尔多项式的展开式^[18]:

$$L_j^b(x) = \sum_{k=0}^j (-1)^k \binom{j+b}{j-k} \frac{x^k}{k!} \quad (5)$$

式(2)经化简可得:

$$f_{\gamma_{\max}}(\gamma) = \sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) \frac{\gamma^{L-1}}{\Gamma(L) \lambda^L} \exp\left(-\frac{\gamma}{\lambda}\right) \quad (6)$$

接收合并器瞬时输出信噪比的 MGF(moment generating function, 矩生成函数)为:

$$M_\gamma(s) \triangleq \int_0^\infty \exp(-s\gamma) f_{\gamma_{\max}}(\gamma) d\gamma \quad (7)$$

利用参考文献[19]中的公式(3.478):

$$\int_0^\infty x^{v-1} \exp(-\mu x^p) dx = \frac{1}{p} \mu^{-\frac{v}{p}} \Gamma\left(\frac{v}{p}\right) \quad (8)$$

可得:

$$M_\gamma(s) = \sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) \Phi_\gamma(s) \quad (9)$$

其中, $\Phi_\gamma(s) = (1+s\lambda)^{-L}$ 。

3 M进制正交信号性能分析

3.1 精确性能

在 AWGN 信道上采用相干检测的 M 进制正交信号的条件 SER 为^[3]:

$$P_{s,\perp}(\mathbf{e}|\gamma) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ 1 - \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc}(-q) \right]^{M-1} \right\} e^{-(q-\sqrt{\gamma})^2} dq \quad (10)$$

其中, $\operatorname{erfc}(x) = (2/\sqrt{\pi}) \int_x^\infty e^{-\eta^2} d\eta$ 为余补误差函数。

瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的 M 进制正交信号的 ASER 可由其 AWGN 信道下的条件 SER $P_{s,\perp}(\mathbf{e}|\gamma)$ 对 γ 的

PDF 求统计平均后得到, 即:

$$P_{s,\perp}(\bar{\gamma}) = \int_0^\infty P_{s,\perp}(\mathbf{e}|\gamma) f_{\gamma_{\max}}(\gamma) d\gamma \quad (11)$$

将式(10)和式(6)代入式(11), 得:

$$P_{s,\perp}(\bar{\gamma}) = \sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ 1 - \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc}(-q) \right]^{M-1} \right\} e^{-(q-\sqrt{\gamma})^2} \frac{\gamma^{L-1}}{\Gamma(L) \lambda^L} \exp\left(-\frac{\gamma}{\lambda}\right) dq d\gamma \quad (12)$$

令 $u = \sqrt{\gamma}$, $\lambda_1 = 1 + 1/\lambda$, 经化简可推导得:

$$P_{s,\perp}(\bar{\gamma}) = \sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) \frac{2(1/\lambda)^L}{\sqrt{\pi} \Gamma(L)} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ 1 - \left[\frac{1}{2} \operatorname{erfc}(-q) \right]^{M-1} \right\} e^{-q^2} \int_0^\infty u^{2L-1} e^{-\lambda_1 u^2 + 2qu} du dq \quad (13)$$

利用参考文献[19]中公式(3.462.1)可将式(13)的第一重积分化简为:

$$\int_0^\infty u^{2L-1} \exp(-\lambda_1 u^2 + 2qu) du = [2\lambda_1]^{-L} \Gamma(2L) \exp\left(\frac{q^2}{2\lambda_1}\right) D_{-2L}\left(-\sqrt{\frac{2}{\lambda_1}} q\right) \quad (14)$$

式(14)中:

$$D_p(z) = 2^{\frac{p}{2}} e^{-\frac{z^2}{4}} \left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma((1-p)/2)} {}_1F_1\left(-\frac{p}{2}, \frac{1}{2}; \frac{z^2}{2}\right) - \frac{\sqrt{2\pi} z}{\Gamma(-p/2)} {}_1F_1\left(\frac{1-p}{2}, \frac{3}{2}; \frac{z^2}{2}\right) \right\} \quad (15)$$

式(15)为抛物柱面函数, 其中, ${}_1F_1(a; c; x)$ 为合流超几何函数。当 $p \leq 0$ 且为整数时, $D_p(\bullet)$ 可以利用下面的迭代方法进行计算^[16]:

$$\begin{aligned} D_0(z) &= \exp(-z^2/4) \\ D_{-1}(z) &= \exp(z^2/4) \sqrt{\pi/2} \operatorname{erfc}(z/\sqrt{2}) \\ D_{p-1}(z) &= (z D_p(z) - D_{p+1}(z))/p \end{aligned} \quad (16)$$

将式(14)代入式(13), 利用勒让德公式^[20]

可得:

$$\Gamma(a)\Gamma(a+1/2)=\frac{\sqrt{\pi}}{2^{2a-1}}\Gamma(2a) \quad (17)$$

可推导得瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的 M 进制正交信号的 ASER 为:

$$P_{s,\perp}(\bar{\gamma})=\frac{N_t!}{(N_r-1)!}\sum_{i=0}^{N_t-1}\frac{(-1)^i}{i!(N_t-1-i)!}\sum_{j=0}^{i(N_r-1)}\eta(i,j)j!\sum_{k=0}^j\binom{j+N_r-1}{j-k}\times\frac{(1-\rho_p)^{j-k}\rho_p^k}{k!\varepsilon^j}\frac{\Gamma(L)}{(i+1)^L}\frac{\Gamma(L+1/2)}{\pi}\left[\frac{2}{1+\lambda}\right]^L\times\int_0^\infty\left\{1-\left[\frac{1}{2}\operatorname{erfc}(-q)\right]^{M-1}\right\}e^{-\frac{\lambda+2}{2\lambda+2}q^2}D_{-2L}\left(-\sqrt{\frac{2}{\lambda_1}}q\right)dq \quad (18)$$

当 $M=3$ 时, 对采用相干检测的三进制正交信号, 条件 SER 可表示为^[1]:

$$P_{s,3,\perp}(e|\gamma)=\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi/3}\exp\left\{-\frac{\gamma}{2\sin^2\theta}\right\}d\theta \quad (19)$$

将式 (19) 和式 (6) 代入式 (11), 可推导得:

$$P_{s,3,\perp}(\bar{\gamma})=\sum_{i,j,k}G(N_t,N_r,\rho_p)\left(\frac{\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi/3}\Phi_\gamma\left(\frac{1}{2\sin^2\theta}\right)d\theta+\frac{\frac{1}{\pi}\int_{\pi/2}^{2\pi/3}\Phi_\gamma\left(\frac{1}{2\sin^2\theta}\right)d\theta}{\triangleq I_{2,\perp}}\right) \quad (20)$$

$$\text{令 } z=\cos^2\theta, \lambda_2=1+\lambda/2, A_L=\frac{\Gamma(L+1/2)\Gamma(1/2)}{\Gamma(L+1)},$$

则有:

$$I_{1,\perp}=\frac{\Phi_\gamma(1/2)}{2\pi}\int_0^{\frac{1}{2}}(1-z)^{-\frac{1}{2}}(1-z/\lambda_2)^{-L}dz=\frac{\Phi_\gamma(1/2)}{2\pi}A_L{}_2F_1\left(1/2,L;L+1;1/\lambda_2\right) \quad (21)$$

令 $Z=4\cos^2\theta$, 则:

$$I_{2,\perp}=\frac{\Phi_\gamma(1/2)}{\pi}\int_{\frac{1}{2}}^1(Z)^{-\frac{1}{2}}\left(1-\frac{1}{4}Z\right)^{L-1/2}\left(1-\frac{(1/4)Z}{\lambda_2}\right)^{-L}dZ=\frac{\Phi_\gamma(1/2)}{2\pi}F_1\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}-L,L;\frac{3}{2};\frac{1}{4};\frac{1/4}{\lambda_2}\right) \quad (22)$$

其中, ${}_2F_1(a,b;c;x)$ 为高斯超几何函数, $F_1(a,b,b';c;x,y)$ 为 Appell 函数。

将式 (21)、式 (22) 代入式 (20), 可得在瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的三进制正交信号 ASER 表达式为:

$$P_{s,3,\perp}(\bar{\gamma})=\frac{N_t!}{(N_r-1)!}\sum_{i=0}^{N_t-1}\frac{(-1)^i}{i!(N_t-1-i)!}\sum_{j=0}^{i(N_r-1)}\eta(i,j)j!\sum_{k=0}^j\binom{j+N_r-1}{j-k}\frac{(1-\rho_p)^{j-k}\rho_p^k}{k!\varepsilon^j}\frac{\Gamma(L)}{(i+1)^L}\frac{\Phi_\gamma(1/2)}{2\pi}\times\left\{A_L{}_2F_1\left(\frac{1}{2},L;L+1;\frac{1}{\lambda_2}\right)+F_1\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}-L,L;\frac{3}{2};\frac{1}{4};\frac{1/4}{\lambda_2}\right)\right\} \quad (23)$$

由于 M ($M>3$) 进制正交信号的 ASER 计算涉及抛物柱面函数, 计算比较繁琐, 下面提出瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的 ASER 的一种近似计算方法。

3.2 近似性能

M 进制正交信号在 AWGN 信道上的条件 SER 为^[2]:

$$P_{s,M}(e|\gamma)=1-\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}\left[1-Q(x+\sqrt{2\gamma})\right]^{M-1}e^{-x^2/2}d\gamma \quad (24)$$

利用二项式展开定理和高斯 Q 函数的指数近似表达式^[21]:

$$Q^n(z)\approx\left(\frac{w_1}{2}\right)^n\sum_{k=0}^n\binom{n}{k}\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^k e^{-(b(n+k)/2)z^2} \quad (25)$$

其中, $w_1=0.3017$, $w_2=0.4389$, $b=1.0510$ 。

令 $\xi=b(n+k)$, 则有:

$$\left[1-Q(z)\right]^{M-1}=\sum_{n=0}^{M-1}\sum_{k=0}^n\binom{M-1}{n}(-1)^n\left(\frac{w_1}{2}\right)^n\binom{n}{k}\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^k e^{-(\xi/2)z^2} \quad (26)$$



将式 (26) 代入式 (24) 可得:

$$P_{s,M}(\mathbf{e}|\gamma) \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{M-1} \sum_{k=0}^n \binom{M-1}{n} (-1)^n \left(\frac{w_1}{2}\right)^n \left(\frac{n}{k}\right) \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^k e^{-\xi\gamma} \times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-((\xi+1)/2)x^2 - \xi\sqrt{2\gamma}x\right) dx \quad (27)$$

利用参考文献[19]的公式 (3.462.2):

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-px^2 + 2qx) dx = \exp(q^2/p) \sqrt{\pi/p} \quad (28)$$

可推得 M 进制正交信号在 AWGN 信道上的近似条件 SER 为:

$$P_{s,M}(\mathbf{e}|\gamma) \approx 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=0}^{M-1} \sum_{k=0}^n \binom{M-1}{n} (-1)^n \left(\frac{w_1}{2}\right)^n \binom{n}{k} \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^k \times \exp(-\xi\gamma) \exp(\xi^2\gamma/(\xi+1)) \sqrt{2\pi/(\xi+1)} \quad (29)$$

将式 (29) 和式 (6) 代入式 (11), 可推导得在瑞利分块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的 M 进制正交信号的近似 ASER 表达式为:

$$P_{s,M}(\bar{\gamma}) \approx \sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) + \sum_{n=0}^{M-1} \sum_{k=0}^n \binom{M-1}{n} (-1)^{n+1} \left(\frac{w_1}{2}\right)^n \binom{n}{k} \times \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^k \frac{1}{\sqrt{\xi+1}} M_\gamma(\xi/(\xi+1)) \quad (30)$$

其中, $\sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p)$ 由式 (4) 给出, $M_\gamma(\bullet)$

由式 (9) 给出。

4 M 进制双正交信号性能

在 AWGN 信道上采用相干检测的进制双正交信号的条件 SER 为^[2]:

$$P_{Bi,\perp}(\mathbf{e}|\gamma) = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{\gamma}) + \int_0^\infty \left\{ 1 - [\text{erf}(q)]^{\frac{M}{2}-1} \right\} \frac{e^{-(q-\sqrt{\gamma})^2}}{\sqrt{\pi}} dq \quad (31)$$

将式 (31) 和式 (6) 代入式 (11), 可得在瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的 M 进制双正交信号的 ASER 表达式为:

$$\bar{P}_{s,Bi,\perp} = \bar{P}_{s,Bi,\perp,A} + \bar{P}_{s,Bi,\perp,B} \quad (32)$$

其中:

$$\bar{P}_{s,Bi,\perp,A} = \sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) \int_0^\infty \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{\gamma}) \frac{\gamma^{L-1}}{\Gamma(L)\lambda^L} \exp\left(-\frac{\gamma}{\lambda}\right) d\gamma \quad (33)$$

$$\bar{P}_{s,Bi,\perp,B} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ 1 - [\text{erf}(q)]^{\frac{M}{2}-1} \right\} \times e^{-(q-\sqrt{\gamma})^2} (\gamma^{L-1}/\Gamma(L)) (1/\lambda)^L \exp\left(-\frac{\gamma}{\lambda}\right) dq d\gamma \quad (34)$$

令 $u = \sqrt{\gamma}$, 经化简可推得:

$$\bar{P}_{s,Bi,\perp,A} = \sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) \frac{(1/\lambda)^L}{\Gamma(L)} \int_0^\infty \text{erfc}(u) u^{2L-1} \exp(-u^2/\lambda) du \quad (35)$$

$$\bar{P}_{s,Bi,\perp,B} = \sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) \frac{2(1/\lambda)^L}{\sqrt{\pi}\Gamma(L)} \int_0^\infty \left\{ 1 - [\text{erf}(q)]^{\frac{M}{2}-1} \right\} \times \exp(-q^2) \int_0^\infty u^{2L-1} \exp[-\lambda_1 u^2 + 2qu] du dq \quad (36)$$

令 $\lambda_3 = 1/(1+\lambda)$, 将式 (35)、式 (36) 代入式 (32), 利用参考文献[19]中的式 (3.462.1) 和式 (17), 可推导得瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的 M 进制双正交信号的 ASER 表达式为:

$$\bar{P}_{s,Bi,\perp} = \frac{N_t!}{(N_r-1)!} \sum_{i=0}^{N_t-1} \frac{(-1)^i}{i!(N_t-1-i)!} \sum_{j=0}^{i(N_r-1)} \eta(i,j) j! \sum_{k=0}^j \binom{j+N_r-1}{j-k} \times \left\{ \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma(L+1/2)}{\Gamma(L+1)} \lambda_3^L {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, L; L+1; \lambda_3\right) + \right.$$

$$\frac{\Gamma(L+1/2)}{\pi} (2\lambda_3)^L \int_0^\infty \left\{ 1 - [\operatorname{erf}(q)]^{\frac{M}{2}-1} \right\} \exp\left(-\frac{\lambda+2}{2\lambda+2} q^2\right) D_{-2L}\left(-\sqrt{\frac{2}{\lambda_1}} q\right) \mathrm{d}q \quad (37)$$

当 $M=4$ 时, 对采用相干检测的四进制双正交信号, 条件 SER 可写成如下闭式表达式^[22]:

$$P_{e,4} = \frac{1}{\pi} \int_0^{\frac{3\pi}{4}} \exp\left\{-\frac{\gamma}{2\sin^2\theta}\right\} \mathrm{d}\theta \quad (38)$$

则在瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的四进制双正交信号的 ASER 为:

$$P_{e,4}(\bar{\gamma}) = \sum_{i,j,k} G(N_t, N_r, \rho_p) \left(\underbrace{\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi/2} \Phi_\gamma\left(\frac{1}{2\sin^2\theta}\right) \mathrm{d}\theta}_{\triangleq I_{1,Bi\perp}} + \underbrace{\frac{1}{\pi} \int_{\pi/2}^{3\pi/4} \Phi_\gamma\left(\frac{1}{2\sin^2\theta}\right) \mathrm{d}\theta}_{\triangleq I_{2,Bi\perp}} \right) \quad (39)$$

$I_{1,Bi\perp}$ 中令 $z = \cos^2\theta$, $I_{2,Bi\perp}$ 中令 $Z = 2\cos^2\theta$, 采用与式 (21)、式 (22) 类似推导, 可得在瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的四进制双正交信号的 ASER 为:

$$P_{e,4}(\bar{\gamma}) = \frac{N_t!}{(N_r-1)!} \sum_{i=0}^{N_t-1} \frac{(-1)^i}{i!(N_t-1-i)!} \sum_{j=0}^{i(N_t-1)} \eta(i,j) j! \sum_{k=0}^j \binom{j+N_r-1}{j-k} \frac{(1-\rho_p)^{j-k} \rho_p^k}{k! \varepsilon^j} \frac{\Gamma(L)}{(i+1)^L} \times \Phi_\gamma(1/2) \left\{ \frac{4}{2\pi} {}_2F_1\left(\frac{1}{2}, L; L+1; \frac{1}{\lambda_2}\right) + \frac{\sqrt{1/2}}{\pi} F_1\left(\frac{1}{2}, L, \frac{1}{2}-L; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}, \frac{1/2}{\lambda_2}\right) \right\} \quad (40)$$

5 数值计算和仿真结果

下面以 $T_s = 10^{-6}$ s, $E_p/N_0 = 30$ dB, $f_d = 100$ Hz, $L_b = 1/(100f_d T_s)$, 预测长度 $N=5$ 为例, 分别对不同 M 、 N_t 、 N_r 和归一化时延 $f_d \tau$ 的情况下瑞利块

衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集技术和相干检测的正交和双正交信号的 ASER 性能进行数值计算和仿真, 结果如图 3~图 8 所示, 其中在图 3~图 6 中假定 $(N_t, 1; N_r) = (1, 1; 2)$ 。 ρ_d 和 ρ_p 分别表示时延信道和预测信道与真实信道的相关系数, 对于理想信道预测, $\rho_p = 1$ 。当 $f_d \tau = 0.2$ 时, $\rho_d = 0.4128$, $\rho_p = 0.8856$; 当 $f_d \tau = 0.02$ 时, $\rho_d = 0.9921$, $\rho_p = 0.9982$ 。 ρ_p 的值接近于 1, 表明预测信道增益接近实际信道增益; ρ_d 的值接近于 1, 表明时延对采用 TASP/MRC 的正交/双正交信号的 ASER 性能影响较小。

图 3 和图 4 分别给出了在归一化时延 $f_d \tau$ 不同的情况下, 采用 TASP/MRC 和 TASP/MRC 的相干解调三进制和 M 进制正交信号的精确和近似 ASER 性能曲线。由图 3 和图 4 可知如下结果。

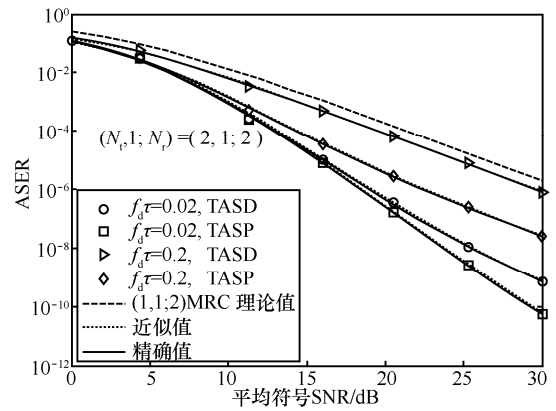


图 3 不同 $f_d \tau$ 下采用 TASP 或 TASP/MRC 的三进制正交信号的精确和近似 ASER 性能

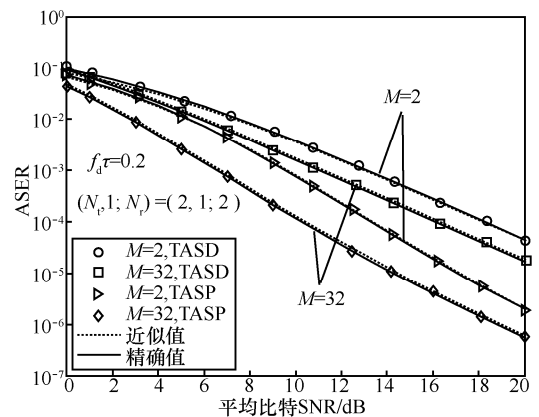


图 4 TASP 或 TASP/MRC 下的 M 进制正交信号的 ASER 性能



- 在小信噪比和小时延下, TASP/MRC 和 TASP/MRC 的 ASER 性能几乎相同, 这是由于 $\rho_d \approx \rho_p \approx 1$ 。归一化时延 $f_d\tau$ 越大, TASP/MRC 较 TASP/MRC 的 ASER 性能改善越明显, 如在 $ASER=10^{-6}$ 时, 采用 TASP/MRC 较采用 TASP/MRC 的三进制正交信号在归一化时延 $f_d\tau=0.2$ 时有 7.5 dB 的符号 SNR 增益, 而在 $f_d\tau=0.02$ 时, 上述符号 SNR 增益只有 0.5 dB。
- 在大归一化时延 $f_d\tau$ 下, 采用 TASP/MRC 的三进制正交信号的 ASER 与开环 (1,1;2) MRC 的 ASER 性能相近, TASP/MRC 性能要明显优于 TASP/MRC。
- 归一化时延 $f_d\tau$ 一定, M 越大, 采用 TASP/MRC 分集方案的优势越明显。如在 $ASER=10^{-4}$ 时, 采用 TASP/MRC 分集较采用 TASP/MRC 分集的二进制、32 进制正交信号在 $f_d\tau=0.2$ 的情况下分别有约 5 dB 和 6 dB 的比特 SNR 增益。

图 5 给出了不同符号 SNR 下三进制正交信号 ASER 性能与归一化反馈时延 $f_d\tau$ 的关系曲线。由图 5 可知: 归一化时延 $f_d\tau$ 较小时, 采用 TASP/MRC 和 TASP/MRC 的三进制正交信号 ASER 性能几乎相同; 随着 $f_d\tau$ 的增大, TASP/MRC 与 TASP/MRC 的 ASER 性能开始分化, 且前者优于后者。分化点与符号 SNR 有关, 符号 SNR 越大, TASP/MRC 与 TASP/MRC 开始分化的 $f_d\tau$ 越小, 如在符号 $SNR=6$ dB 时, 在 $f_d\tau=0.06$ 左右开始分化; 而在符号 $SNR=14$ dB 时, 在 $f_d\tau=0.02$ 左右开始分化; 符号 $SNR=22$ dB 时, 在 $f_d\tau=0.01$ 左右就开始分化。

图 6 给出了归一化时延 $f_d\tau$ 不同的情况下采用 TASP/MRC 和 TASP/MRC 的四进制双正交信号的精确 ASER 性能曲线。由图 6 可知: (1) 小信噪比下, 采用 TASP/MRC 和 TASP/MRC 的双正交信号 ASER 性能十分接近, 这是由于 $\rho_d \approx$

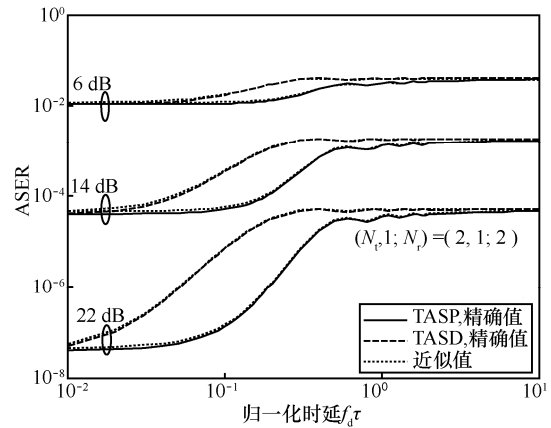


图 5 不同符号 SNR 和 $f_d\tau$ 下采用 TASP 或 TASP/MRC 的三进制正交信号 ASER 曲线

$\rho_p \approx 1$ 。大信噪比下, 采用 TASP/MRC 分集方案的 ASER 性能要明显优于 TASP/MRC 方案。(2) 归一化时延 $f_d\tau$ 增大, 采用 TASP/MRC 分集方案的优势更明显, 如在 $ASER=10^{-4}$ 和 $f_d\tau=0.2$ 时, 采用 TASP/MRC 较 TASP/MRC 的四进制双正交信号有约 5.5 dB 的符号 SNR 增益; 而 $f_d\tau=0.2$ 时, 上述符号 SNR 增益小于 0.5 dB。

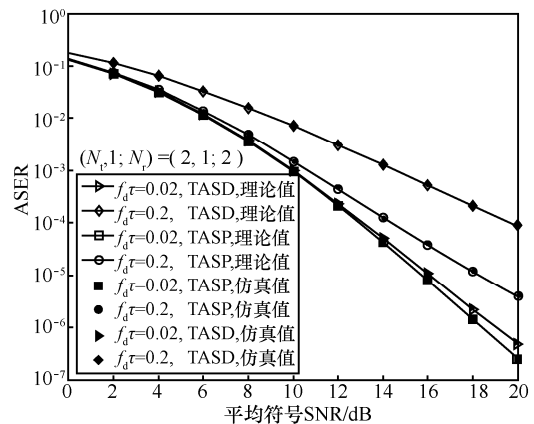


图 6 不同 $f_d\tau$ 下采用 TASP 或 TASP/MRC 的四进制双正交信号的精确 ASER 性能

图 7 和表 1 给出了平均符号 $SNR=10$ dB 和 $N_t \times N_r=8$ 时, 不同 $(N_t, 1; N_r)$ 方案下四进制双正交信号的 ASER 性能。 $N_t \times N_r$ 相同意味着天线分集增益大小相同。由图 7 和表 1 可知, (8,1;1) 方案性能最差, (1,1;8) 方案 ASER 性能最优。(2,1;4) 方案性能优于 (4,1;2) 方案, 这是由于 MRC 分集的性能改善比 TASP 分集更显著。而 (1,1;8) 方

案比(2,1;4)方案性能好,这是由于(1,1;8)方案收发天线总数为9,而(2,1;4)方案收发天线总数为6,少于(1,1;8)方案。同时,从图7可以看出,(1,1;8)方案的性能是一条平滑的直线,这是因为该方案仅为接收分集,只有一根发射天线,不存在天线选择问题,因此反馈时延不会对天线切换造成影响。

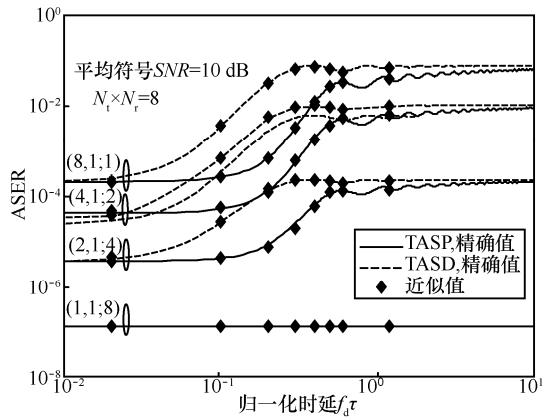


图7 $N_t \times N_r = 8$ 不同组合对四进制双正交信号 ASER 性能影响

表1 不同 $f_d\tau$ 和 TASP/MRC 组合方案下四进制双正交信号 ASER 性能比较

	(8,1;1)	(4,1;2)	(2,1;4)	(1,1;8)
$f_d\tau = 0.01$	2.0×10^{-4}	4.0×10^{-5}	3.5×10^{-6}	1.3×10^{-7}
$f_d\tau = 10$	0.075	1.0×10^{-2}	2.2×10^{-4}	1.3×10^{-7}

图8和表2给出了 $f_d\tau = 0.02$, $N_t + N_r = 6$ 时,不同 $(N_t, 1; N_r)$ 方案下四进制双正交信号的 ASER 性能。由图8和表2可知, (5,1;1) 方案性能最差。

(1,1;5) 方案在小信噪比时,性能优于(4,1;2)方案,而在大信噪比时,性能劣于(4,1;2)方案。(2,1;4)方案与(3,1;3)方案性能相近,小信噪比时(2,1;4)方案略优。(5,1;1)方案性能最差,是因为该方案接收天线的数量为1,只有发射端 TASP 分集效果。

(1,1;5) 方案在小信噪比时性能优于(4,1;2)方案,是由于 MRC 分集性能优于 TASP 分集性能;而在

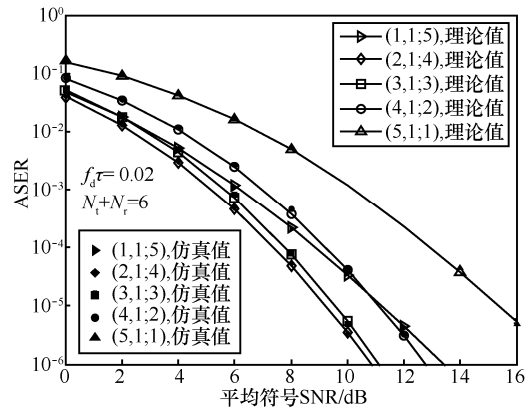


图8 $N_t + N_r = 6$ 不同组合对四进制双正交信号 ASER 性能影响

大信噪比情况下, (1,1;5) 方案性能不如(4,1;2)方案,是因为(1,1;5)方案的分集增益为5,小于(4,1;2)方案的分集增益8。由上述分析可知,在小信噪比的情况下,接收天线的数量对正交信号 ASER 性能的影响较大,而在大信噪比时,分集增益对正交信号 ASER 的影响更大。

由图3~图8可以看出, M 进制正交信号的 ASER 近似值与精确值非常接近,从而验证了近似表达式的准确性。四进制双正交信号的 ASER 精确值和仿真值相吻合,理论结果与仿真结果一致,从而验证了理论分析的正确性。

6 结束语

本文推导了瑞利块衰落信道上采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集和相干检测的正交信号 ASER 精确和近似表达式以及双正交信号 ASER 精确表达式,同时给出了三进制正交信号和四进制双正交信号的 ASER 精确解析表达式。采用 MMSE 信道预测的 TASP/MRC 天线分集的 M 进制相干检测正交/双正交信号的理论结果与仿真结果相吻合。结果表明:归一化时延 $f_d\tau$ 越小,收发天线数目越大,正交、双正交信号的 ASER 性能越好。

表2 不同 TASP/MRC 组合方案下四进制双正交信号 ASER 对应符号信噪比(单位为 dB)

	(5,1;1)	(4,1;2)	(3,1;3)	(2,1;4)	(1,1;5)
$ASER = 10^{-3}$	10	7	5.5	5	6.2
$ASER = 10^{-5}$	15.4	11	9.5	9.2	11.2



归一化时延 $f_d\tau$ 越大, 接收端 SNR 越大, 采用 TASP/MRC 分集方案的优势越明显。当天线总数一定时, 增加接收端天线数目, 可以改善正交、双正交信号的 ASER 性能, 这是由于 MRC 分集性能优于 TASP 的分集性能。本文的结果为设计采用 MMSE 信道预测器的 TASP/MRC 的无线通信系统提供了一种理论分析工具, 避免耗时的计算机仿真。

参考文献:

- [1] DONG X, BEAULIEU N C. New analytical probability of error expressions for classes of orthogonal signals in Rayleigh fading [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2003, 61(6): 849-853.
- [2] RADAYDEH R M. Simple approximate expression for error performance of coherent M-ray orthogonal signals in generalized fading channels [J]. Electronics Letters, 2006, 42(5): 293-294.
- [3] XIAO L, DONG X D. New analytical expressions for orthogonal, biorthogonal, and transorthogonal signaling in Nakagami fading channels with diversity reception [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2005, 4(4): 1418-1424.
- [4] XIAO L, DONG X D. Error performance of orthogonal signaling family in Ricean fading channels with maximal ratio combining [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2004, 53(6): 1942-1947.
- [5] CHEN Z, YUAN J, VUCETIC B. Analysis of transmit antenna selection/maximal-ratio combining in Rayleigh fading channels[C]//IEEE International Symposium on Information Theory, June 29-July 4, 2003, Yokohama, Japan. New Jersey: IEEE Press, 2003: 94.
- [6] 李光球, 董家云. Nakagami 衰落上 DE-QPSK 在联合收发分集下的性能分析[J]. 电信科学, 2015, 31(8): 78-83.
- [7] LI G Q, DONG J Y. Performance analysis of DE-QPSK with joint transmit and receive diversity in Nakagami fading[J]. Telecommunications Science, 2015, 31(8): 78-83.
- [8] TOUFIK C, FAISSAL E B, HUSSAIN B. Performance analysis of TAS/MRC based MIMO systems over Weibull fading channels[C]//2016 IEEE International Conference on Advanced Communication Systems and Information Security (ACOSIS), October 17-19, 2016, Marrakesh, Morocco. New Jersey: IEEE Press, 2016: 1-6.
- [9] SUBADARR, MUDOI R. Performance of multiuser TAS/MRC-MIMO systems over Rayleigh fading channels with exponential correlation[C]//IEEE International Conference on Electronic Design, Computer Networks & Automated Verification (EDCAV), January 29-30, 2015, Shillong, India. New Jersey: IEEE Press, 2015: 165-168.
- [10] RADAYDEH R M. Receive maximal-ratio combining with outdated arbitrary transmit antenna selection in Nakagami-m fading [J]. IET Communications, 2009, 10(3): 1638-1648.
- [11] ABDELNABI A A, AL-QAHTANI F S, SHAQFEH M, et al. Performance analysis of MIMO multi-hop system with TAS/MRC in Poisson field of interferers[J]. IEEE Transactions on Communications, 2016, 64(2): 525-540.
- [12] GUO J, PEI C, YANG H. Performance analysis of TAS/MRC in MIMO relay systems with outdated CSI and co-channel interference [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2014, 13(9): 4848-4856.
- [13] TANG J, ZHANG X. Error probability analysis of TAS/MRC-based scheme for wireless networks[C]//IEEE Wireless Communications and Networking Conference, March 13-17, 2005, New Orleans, LA, USA. New Jersey: IEEE Press, 2005: 877-882.
- [14] OIEN G, HOLM H, HOLE K. Impact of channel prediction on adaptive coded modulation performance in Rayleigh fading [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2004, 53(3): 758-769.
- [15] CAVERS J K. An analysis of pilot symbol assisted modulation for Rayleigh fading channels [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 1991, 40(11): 686-693.
- [16] ZHOU S, GIANNAKIS G. How accurate channel prediction needs to be for transmit beamforming with adaptive modulation over Rayleigh MIMO channels? [J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2004, 3(4): 1285-1294.
- [17] PRAKASH S, MCLOUGHLIN I. Effects of channel prediction for transmit antenna selection with maximal-ratio combining in Rayleigh fading [J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(6): 2555-2568.
- [18] ZHENG Y R, XIAO C S. Improved models for the generation of multiple uncorrelated Rayleigh fading waveforms [J]. IEEE Communications Letters, 2002, 6(6): 256-258.
- [19] ABRAMOWITZ M, STEGUN I. Handbook of mathematical functions [M]. New York: Dover Publications, 1972.
- [20] JEFFREY A, ZWILLINGER D. Table of integrals, series, and products[M]. Pittsburgh: Academic Press, 2007.
- [21] RUDIN W. 数学分析原理 (第三版) [M]. 赵慈庚, 蒋锋, 译. 北京: 机械工业出版社, 2004.
- [22] RUDIN W. Principles of mathematical analysis (3rd edition) [M]. Translated by ZHAO C G, JIANG D. Beijing: China Machine Press, 2004.
- [23] ANNAMALAI A, ADEBOLA E, OLABIYI O. Further results on the dirac delta approximation and the moment generating function techniques for error probability analysis in fading channels [J]. International Journal of Computer Networks & Communications, 2013, 5(1): 21-39.
- [24] DONG X. Coherent signaling and receiver diversity for fading channels (doctor dissertation)[D]. Kingston: Queen's University, 2000.

[作者简介]



李光球 (1966—), 男, 博士, 杭州电子科技大学教授, 主要研究方向为无线通信、信息论与编码, 已主持完成 3 项国家自然科学基金项目和 3 项省部级基金项目, 发表学术论文 100 余篇。

王思婷 (1990—), 女, 杭州电子科技大学硕士生, 主要研究方向为无线通信。